

Codierungstheorie II

Übungsblatt 14

Aufgabe 1

(5 Punkte)

Es sei C ein (n, k, d) -Code über $GF(q)$.

- a) Sind c und c' zwei Codewörter von Gewicht d mit $\text{supp}(c) = \text{supp}(c')$, so gibt es ein $\alpha \in GF(q)^*$ mit $c = \alpha c'$.
- b) Es sei m die größte ganze Zahl $m \leq n$ mit

$$m - \left\lfloor \frac{m + q - 2}{q - 1} \right\rfloor < d.$$

Zeigen Sie, dass für zwei Codewörter c und c' vom Gewicht i mit $d \leq i \leq w$ und $\text{supp}(c) = \text{supp}(c')$ stets ein $\alpha \in GF(q)^*$ existiert mit $c = \alpha c'$.

- c) Es sei m wie in (b). Zeigen Sie, dass m die größte ganze Zahl ist, sodass ein Codewort von Gewicht m in einem (n, k, d) -Code über $GF(q)$ eindeutig bis auf skalare Multiplikation durch seinen Träger bestimmt ist.

Hinweis: Finden Sie zwei Vektoren in $GF(q)^{m+1}$ von Gewicht $m+1$, die einen $(m+1, 2, d)$ -Code über $GF(q)$ erzeugen.