Prof. Dr. A. Kerber Wintersemester 2005/06

Codierungstheorie II

Übungsblatt 9

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Knotenbeschriftungen τ_i im Schreier-Baum (wie in der Übung eingeführt) ein Repräsentantensystem der Nebenklassen G/G_{x_0} darstellen.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Es sei $A \in \binom{PG^*_{k-1}(q)}{n}$ ein kanonischer (minimaler) Repräsentant unter der Gruppenoperation von $PGL_k(q)$. Zeigen Sie, dass die zugehörige Matrix $\Gamma(A)$ genau dann Rang r hat, wenn die ersten r Spalten die Einheitsvektoren e_i, $i = 0, \ldots r-1$ enthalten, während die nächste Spalte ungleich e_r ist.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Unten sind die Seitenflächen zweier mit Zahlen beschrifteter Rubik'scher Würfel abgebildet. Überprüfen Sie unter Zuhilfenahme von Computeralgebra-Software, ob diese ineinander überführbar sind. Falls Sie nicht durch erlaubte Züge überführbar sind, geben Sie eine möglichst kleine Änderung an, sodass sie danach überführbar sind.

			24	33	13						
			41		43						
			1	25	6						
22	42	3	2	26	5	4	44	15	14	34	23
39		31	32		28	27		35	36		40
21	48	10	11	30	8	9	46	16	17	38	20
			12	29	7						
			47		45						
			19	37	18						

			24	33	3						
			29		44						
			13	41	21						
22	30	15	14	42	20	19	43	2	1	34	23
39		31	32		28	27		25	26		40
12	45	16	17	35	8	9	47	4	5	38	11
			18	36	7						
			46		48						
			10	37	6						

Tipps für Magma:
1. Gebe die Zugfolgengruppe des Würfels als Permutationsgruppe mit Hilfe geeigneter Generatoren an.
2. Bestimme eine Basis samt starkem Erzeugendensystem (`BSGS(G);`)
3. Wähle eine geeignetere Basis, etwa

```
ChangeBase(~G,[1,4,7,10,13,16,19,22,25,27,29,31,33,35,37,39,41,43,45,47]);
```

(Durch diese Wahl ist jeder Eckstein und jeder Kantenstein fixiert.)
4. Bringe der Reihe nach die Basiselemente in Übereinstimmung. Dabei helfen die Permutationen `g:=SVPermutation(R,i,x)`, die x jeweils auf das i-te Basiselement abbildet, ohne die vorherigen Basiselemente zu ändern. Dies ist genau dann möglich, wenn x in der Bahn $G^{(i)}(Base[i])$ liegt, und diese Bahn kann man mit `BasicOrbit(G,i)` anzeigen lassen.

Abgabe: Montag, den 19.12.2005, 10:00 Uhr im Raum 3.2.O2.737